

Opgaven en uitwerkingen vind je op www.agtijmensen.nl

Opgave 1 Basketbal Natuurkunde Vwo 1998-I 3

Bij basketbal is de basket (een ring met een netje) bevestigd aan een bord.

Een basketbal heeft een massa van 600 g. De baan die de bal maakt vanaf het moment dat hij losgelaten wordt tot aan de ring kun je simuleren door een rekenkundig model te maken. In het model is rekening gehouden met de luchtwrijving op de bal. Het model met startwaarden staat hieronder weergegeven, waarbij één regel niet volledig is uitgeschreven. Het volledige model berekent de baan van de bal. De grafiek die dan ontstaat bij de gegeven startwaarden is in figuur 8 weergegeven als grafiek b. arctan betekent \tan^{-1} of invtan

MODEL		STARTWAARDEN	
F_z	=	mg	
v	=	$(v_x^2 + v_y^2)^{1/2}$	
α	=	$\arctan(v_y/v_x)$	
F_w	=	kv^2	
$F_{w,x}$	=	$-F_w \cos(\alpha)$	
$F_{w,y}$	=	$-F_w \sin(\alpha)$	
a_x	=	$F_{w,x}/m$	
a_y	=	...	
t	=	$t + dt$	
v_x	=	$v_x + a_x dt$	
v_y	=	$v_y + a_y dt$	
x	=	$x + v_x dt$	
y	=	$y + v_y dt$	
v	=	8,0 (m/s)	
α	=	$\pi/3$ (rad)	
v_x	=	$v \cos(\alpha)$ (m/s)	
v_y	=	$v \sin(\alpha)$ (m/s)	
x	=	0 (m)	
y	=	2,5 (m)	
dt	=	0,02 (s)	
t	=	0 (s)	
k	=	0,025 (S.I.-eenheden)	
g	=	-9,81 (m/s ²)	
m	=	0,6 (kg)	

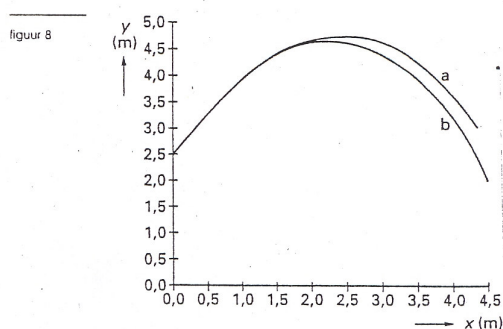
$\arctan = \tan^{-1} = \text{invtan}$

In het model is de regel voor a_y onvolledig.

- 3p 12 Geef de volledige uitdrukking voor a_y zoals die moet worden ingevoerd in het model. Houd daarbij rekening met de notatie die in dit model gebruikt wordt.

De startwaarde van x is 0 (m).

- 3p 13 Bereken met dit model de eerstvolgende waarde van x . Geef de uitkomst in vier significante cijfers.



De baan volgens het model (grafiek b) blijkt nog niet geheel overeen te komen met de werkelijk gemeten baan (grafiek a). Men probeert de benadering te verbeteren door de startwaarde van k aan te passen.

- 3p 14 Beredeneer of deze waarde groter of kleiner moet worden gekozen om de baan volgens het model beter overeen te laten komen met de werkelijke baan.
- 3p 14* Leg de 5^e modelregel uit: $F_{w,x} = -F_w \cos(\alpha)$.

Opgave 2. Vertikale worp.

Hieronder zie je het model weergegeven.

The screenshot shows the Coach 6 software interface. The main window is titled 'Modelvenster' and contains the following code:

```
'Tekst achter het '-'teken is alleen voor de uitleg
'Vertikale worp met constante aandrijvingskracht

Fz=m*g
Fr =-Fz -v/abs(v)*Fw

a = Fr/m

dv = a*dt
v = v + dv

dy = v*dt
y= y+ dy

dQ= abs(Fw*dy)
Q=Q+dQ

'Ez = . . .
'Ek = . . .
'. . .

t=t+dt

Als y<0 Dan Stop Eindals
```

On the right side, there is a 'Gereedschap (Tools)' window with the following values:

```
dt=0,005
t=0
y=10
v=10
g=9,81
m=0,1
Fw=0,5
'Warmte
Q=0
```

Callouts in the image point to the 'Start (model)' button, the 'Diagram (invoegeen)' button, the 'Tabel (Invoegeen)' button, and the 'Gereedschap (Tools)' window.

1. In modelregel 2 staat: $-v/abs(v)*Fw$.

Leg uit dat zo verrekend wordt dat bij het stijgen F_w omlaag is en bij het dalen omhoog.

2. De arbeid die F_w verricht wordt omgezet in warmte. In modelregel 8 staat $abs(F_w*dy)$.

Leg uit dat daardoor dQ altijd positief is.

3. Leg uit dat in laatste modelregel de berekening op een goede manier wordt gestopt.

11. Voer in het model de formules in voor de E_k , E_z en E_{totaal} .

12. Leg uit dat de stapgrootte dt geen invloed heeft op de berekende waarden van v .

Uitwerkingen -----

Opgave 3 Basketbal

- 3p 12. De resulterende verticale kracht omlaag is gelijk aan de zwaartekracht vermeerderd met de verticale component van de wrijvingskracht, dus $F_{res,y} = F_z + F_{w,y}$
De verticale versnelling (omlaag) is dan $a_y = F_{res,y}/m$
Dus: $a_y = (F_z + F_{w,y})/m$ of $a_y = g + F_{w,y}/m$

- 3p 13. We hoeven bij de doorrekening van het model alleen maar te kijken naar de horizontale componenten:

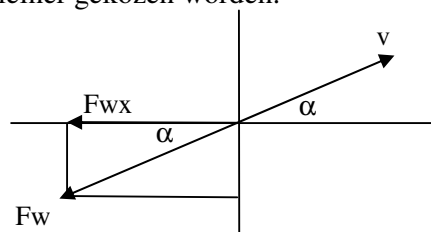
$$\begin{aligned} v &= 8,0 && \text{(m/s)} \\ \alpha &= \pi/3 && \text{(rad)} \\ F_w &= 0,025 * (8,0)^2 = 1,6 && \text{(N)} \\ F_{w,x} &= -1,6 * \cos(\pi/3) = -0,80 && \text{(N)} \\ a_x &= -0,80/0,6 = -1,333333 && \text{(m/s}^2\text{)} \\ v_x &= 8,0 * \cos(\pi/3) - 1,333333 * 0,02 = 3,973333 && \text{(m/s)} \\ x &= 0 + 3,973333 * 0,02 = 0,079467 \text{ m} = 0,07947 \text{ m} \end{aligned}$$

- 3p 14. Grafiek **b** (model) loopt onder grafiek **a** (echte baan), dus de bal komt in werkelijkheid verder dan het model voorspelt. In het model is de invloed van de wrijvingskracht te groot. Om die invloed te verminderen moet de waarde van k kleiner gekozen worden.

- 3p 14*. v maakt een hoek α met de x-as. F_w is tegengesteld aan v . Zie tekening.

$$\cos\alpha = F_{wx}/F_w \text{ ofwel } F_{wx} = F_w * \cos\alpha$$

Het -teken moet er voor omdat F_{wx} naar links is gericht.

**Opgave 2.**

- De waarde van F_w is constant 0,5 (N).
Bij het stijgen is $v > 0$ en $\text{abs}(v)$ is altijd ≥ 0 dus $-v/\text{abs}(v) * F_w$ is negatief (=omlaag gericht).
Bij het dalen is $v < 0$ en $\text{abs}(v)$ is altijd ≥ 0 dus $-v/\text{abs}(v) * F_w$ is positief (=omhoog gericht).
 - $dQ = F_w * \text{abs}(dy)$. Omdat dQ altijd positief is (warmte neemt toe!) moet er iets positiefs uit komen.
 $F_w = 0,5$ (positief) maar dy is positief bij stijgen en negatief bij dalen, vandaar $\text{abs}(dy)$.
 - Bij $y = 0$ komt de bal op de grond dus stoppen bij $y < 0$ is zinvol.
Let op! Stoppen bij $y = 0$ is link want misschien komt deze waarde niet in de berekeningen Voor.
11. $E_k = \frac{1}{2} * m * v^2$
 $E_z = m * g * h$
 $E_{tot} = E_z + E_k$
12. v wordt berekent met $dv = a * dt$ ofwel $a = dv/dt$.
Dat geldt exact als a constant is dus als F_r constant is. (Als F_r en dus a niet constant zijn dan klopt het resultaat beter naarmate dt kleiner is)
 F_z en F_w zijn constant dus de gebruikte formule geldt exact, de waarde van dt speelt geen rol.
(N.B.: In een beter model neemt F_w toe als v toeneemt dan heeft de stapgrootte wel invloed)

----- Einde -----